

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант 108

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КВМ Ответ: -0,6 -0,6 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\sin(a + \beta) = \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta$$

$$\cos(a + \beta) = \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

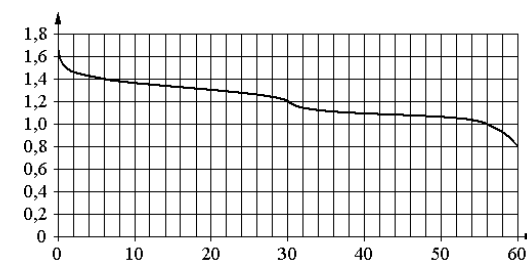
1

Одна таблетка лекарства содержит 2,7 мг активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 0,9 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку, возраст которого четыре месяца и вес 9 кг, в течение суток?

Ответ: _____

2

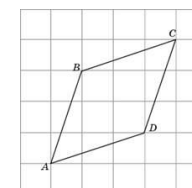
При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, на сколько вольт упадёт напряжение с 6-го по 56-й час работы фонарика.



Ответ: _____

3

На клетчатой бумаге с размером клетки $\sqrt{10} \times \sqrt{10}$ изображён четырёхугольник ABCD. Найдите его периметр.



Ответ: _____

4

Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.

Ответ: _____

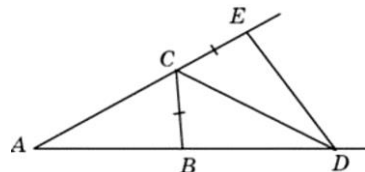
5

Найдите корень уравнения $\log_7(7 - x) = -2$

Ответ: _____

6

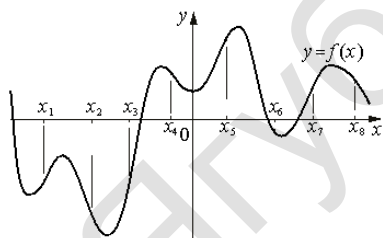
В треугольнике ABC угол A равен 30° , угол B равен 86° , CD — биссектриса внешнего угла при вершине C , причем точка D лежит на прямой AB . На продолжении стороны AC за точку C выбрана такая точка E , что $CE = CB$. Найдите угол BDE .



Ответ: _____

7

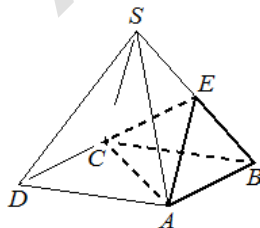
На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены восемь точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



Ответ: _____

8

Объём правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ равен 116. Точка E — середина ребра SB . Найдите объём треугольной пирамиды $EABC$.



Ответ: _____

Часть 2

9

Найдите значение выражения: $\sqrt{(a-6)^2} + \sqrt{(a-10)^2}$, при $6 \leq a \leq 10$

Ответ: _____

10

Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объем и давление связаны соотношением $pV^{1.4} = \text{const}$, где p (атм.) — давление в газе, V — объем газа в литрах. Изначально объем газа равен 1,6 л, а его давление равно одной атмосфере. В соответствии с техническими характеристиками поршень насоса выдерживает давление не более 128 атмосфер. Определите, до какого минимального объема можно сжать газ. Ответ выразите в литрах.

Ответ: _____

11

По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 65 км/ч и 35 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 700 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошел мимо пассажирского поезда, равно 36 секундам. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____

12

Найдите наименьшее значение функции

$$y = 5 \operatorname{tg} x - 5x + 6$$

на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение

$$2 \sin^2 x - \sin 2x - 2 \cos 2x = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[0; 2\pi]$

14

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания $AB=6$, а боковое ребро $SA=4$. Точки M и N — середины рёбер SA и SB соответственно. Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

а) Докажите, что плоскость α делит медиану CE основания в отношении 5:1, считая от точки C .б) Найдите периметр многоугольника, являющегося сечением пирамиды $SABC$ плоскостью α .

15

Решите неравенство

$$\frac{105}{(2^{4-x^2} - 1)^2} - \frac{22}{2^{4-x^2} - 1} + 1 \geq 0$$

16

В равнобедренном тупоугольном треугольнике ABC на продолжение боковой стороны BC опущена высота AH . Из точки H на сторону AB и основание AC опущены перпендикуляры NK и NM соответственно.

а) Докажите, что отрезки AM и MK равны.б) Найдите MK , если $AB=5$, $AC=8$.

17

В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере S млн рублей, где S — натуральное число. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020
Долг (в млн. руб.)	S	$0,7S$	$0,5S$	$0,3S$	0

Найдите наименьшее значение S , при котором общая сумма выплат будет составлять целое число миллионов рублей.

18

Найдите значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2x - 2y - 2 = |x^2 + y^2 - 1| \\ y = a(x - 1) \end{cases}$$

имеет более двух решений.

19

В течение четверти учитель ставил школьникам отметки «1», «2», «3», «4» и «5». Среднее арифметическое отметок ученика оказалось равным 4,625.

а) Какое наименьшее количество отметок могло быть у ученика?

б) На какое наибольшее число может увеличиться среднее арифметическое отметок этого ученика после замены четырёх отметок «3», «3», «5» и «5» двумя отметками «4»?