

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Часть 1

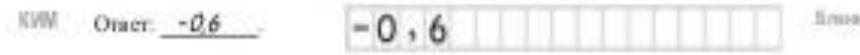
Вариант 112

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\sin(a + \beta) = \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta$$

$$\cos(a + \beta) = \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1

Выпускники 11 "А" покупают букеты цветов для последнего звонка: из 3 роз каждому учителю и из 7 роз классному руководителю и директору. Они собираются подарить букеты 17 учителям (включая директора и классного руководителя), розы покупаются по цене 85 рублей за штуку. Сколько рублей стоят все розы?

Ответ: _____

2

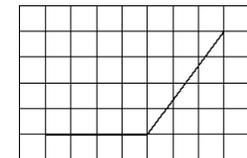
На рисунке жирными точками показана среднемесячная температура воздуха в Сочи за каждый месяц 1920 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку наименьшую среднемесячную температуру в период с мая по декабрь 1920 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____

3

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите косинус этого угла.



Ответ: _____

4

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что количество выпавших орлов меньше 2.

Ответ: _____

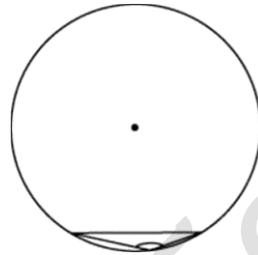
5

Найдите корень уравнения $\log_8 2^{8x-4} = 4$

Ответ: _____

6

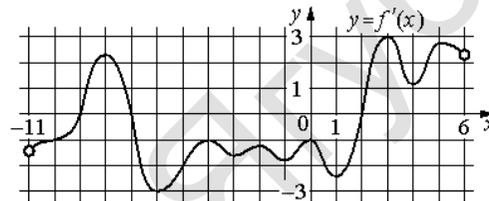
Чему равен тупой вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности? Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____

7

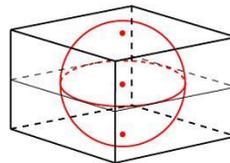
На рисунке изображён график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-11; 6)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-6; 4]$.



Ответ: _____

8

Объём прямоугольного параллелепипеда, описанного около сферы, равен 216. Найдите радиус сферы.



Ответ: _____

Часть 2

9

Найдите значение выражения: $\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} - \sqrt{2}$

Ответ: _____

10

Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h над землей, до видимой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{2Rh}$, где $R=6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. К пляжу ведет лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 20 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 6,4 километров?

Ответ: _____

11

Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 14 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 21 км/ч больше скорости другого?

Ответ: _____

12

Найдите наименьшее значение функции

$$y = 5 \sin x + \frac{24}{\pi} x + 6$$

на отрезке $[-\frac{5\pi}{6}; 0]$

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение

$$(4 \sin^2 x + 12 \sin x + 5) \cdot \sqrt{-17 \cos x} = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\pi; 2\pi]$

14

В основании прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный ($AB=BC$) треугольник ABC . Точка K — середина ребра A_1B_1 , а точка M делит ребро AC в отношении $AM:MC=1:3$.

а) Докажите, что $KM \perp AC$.

б) Найдите угол между прямой KM и плоскостью ABB_1 , если $AB=6$, $AC=8$ и $AA_1=3$.

15

Решите неравенство:

$$\log_{1-\frac{1}{(x-1)^2}} \left(\frac{x^2 + 5x + 8}{x^2 - 3x + 2} \right) \leq 0$$

16

Один из двух отрезков, соединяющих середины противоположных сторон четырехугольника, делит его площадь пополам, а другой в отношении 11:17.

а) Докажите, что данный четырехугольник — трапеция.

б) Найдите отношение оснований этой трапеции.

17

В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

| Месяц и год | Июль 2016 | Июль 2017 | Июль 2018 | Июль 2019 |
|--------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Долг (в млн. руб.) | S | $0,7S$ | $0,4S$ | 0 |

Найдите наибольшее значение S , при котором разница между наибольшей и наименьшей выплатами будет меньше 1 млн рублей.

18

Найдите значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y(y-7) = xy - 5(x+2) \\ x \leq 6 \\ \frac{a(x-6) - 2}{y-2} = 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19

По окружности расставляют 40 ненулевых целых чисел с общей суммой 16. При этом любые два стоящих рядом числа должны отличаться не более чем на 6 и среди любых четырёх подряд идущих чисел должно быть хотя бы одно положительное.

а) Среди таких 40 чисел найдите наибольшее возможное количество положительных.

б) Среди таких 40 чисел найдите наименьшее возможное количество положительных.