

Часть 1

Инструкция по выполнению работы

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

KVM Order: -0.6

-	0	,	6
---	---	---	---

Score

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\sin(a + \beta) = \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta$$

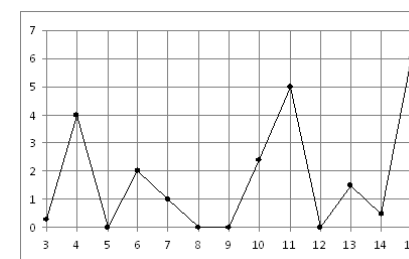
$$\cos(a + \beta) = \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta$$

1

Ответ:

2

На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода не выпадало осадков.



ОТВЕТ:

3

ОТВЕТ:

4

В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что разница выпавших очков равна 1 или 2.

Ответ: _____

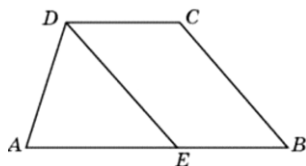
5

Найдите корень уравнения $\sqrt{72-x} = -x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____

6

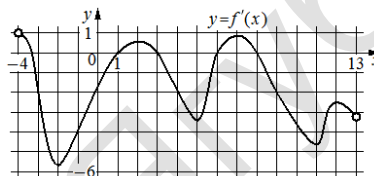
Прямая, проведенная параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания, равного 4, отсекает треугольник, периметр которого равен 15. Найдите периметр трапеции.



Ответ: _____

7

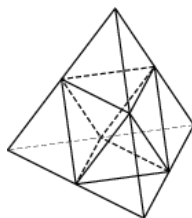
На рисунке изображён график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 13)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $y=f(x)$ параллельна прямой $y=-2x-10$ или совпадает с ней.



Ответ: _____

8

Площадь поверхности тетраэдра равен 12. Найдите площадь поверхности многогранника, вершинами которого являются середины сторон данного тетраэдра.



Ответ: _____

Часть 2

9

Найдите $\sin\left(\frac{7\pi}{2} - a\right)$, если $\sin a = 0,8$ и $a \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Ответ: _____

10

Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 440$ Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону $f(v) = \frac{f_0}{1-v/c}$ Гц, где c — скорость звука (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c=315$ м/с. Ответ выразите в м/с.

Ответ: _____

11

Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

Ответ: _____

12

Найдите точку минимума функции $y = 7x^2 + 2x + 3$

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение

$$2\log_3^2(2 \cos x) - 5 \log_3(2 \cos x) + 2 = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$

14

На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1 E : EA = 1 : 2$, на ребре BB_1 — точка F так, что $B_1 F : FB = 1 : 5$, а точка T — середина ребра $B_1 C_1$. Известно, что $AB=2$, $AD=6$, $AA_1 = 6$.

а) Докажите, что плоскость EFT проходит через вершину D_1 .б) Найдите угол между плоскостью EFT и плоскостью $AA_1 B_1$.

15

Решите неравенство

$$\log_{\frac{x}{2}}(x^2 - 2x + 1) \geq 2$$

16

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ точки K , L , M и N — середины сторон AB , BC , CD и AD соответственно. Площади четырёхугольников $ABLN$ и $NLCD$ равны, а площади четырёхугольников $KBCM$ и $AKMD$ относятся как $11:17$.

а) Докажите, что прямые BC и AD параллельны.б) Найдите отношение BC к AD .

17

Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвертого годов вклад ежегодно пополняется на 1 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет больше 10 млн рублей.

18

Найдите значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции

$$f(x) = 4x^2 - 4ax + a^2 + 2a + 2$$

на множестве $|x| \geq 1$ не менее 6.

19

На доске написали несколько не обязательно различных двузначных натуральных чисел без нулей в десятичной записи. Сумма этих чисел оказалась равной 2970. Затем в каждом числе поменяли местами первую и вторую цифры (например, число 16 заменили на число 61).

а) Приведите пример исходных чисел, для которых сумма получившихся чисел ровно в 3 раза меньше, чем сумма исходных чисел.

б) Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 5 раза меньше, чем сумма исходных чисел?

в) Найдите наименьшее возможное значение суммы получившихся чисел.