Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант 115

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

KVW Oner -0.6

-0,6

Блоне

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$sin^2 a + cos^2 a = 1$$
$$sin 2a = 2 sin a \cdot cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$sin(a + \beta) = sin a \cdot cos \beta + cos a \cdot sin \beta$$

$$\cos(a+\beta) = \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta$$

© 2018 г. egemath.ru.

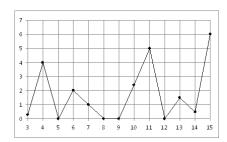
Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Студент получил свой первый гонорар в размере 800 рублей за выполненный перевод. Он решил на все полученные деньги купить букет роз для своей учительницы английского языка. Какое наибольшее количество роз сможет купить студент, если удержанный у него налог на доходы составляет 13% гонорара, розы стоят 100 рублей за штуку и букет должен состоять из нечетного числа цветов?

Ответ:

На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода не выпадало осадков.



Ответ: _____

3

На клетчатой бумаге нарисован круг площадью 16. Найдите площадь закрашенного сектора.

Ответ: _____



ſ	4	
---	---	--

В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что разница выпавших очков равна 1 или 2.

Ответ: _____

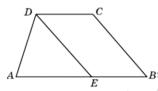
5

Найдите корень уравнения $\sqrt{72-x}=-x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____

6

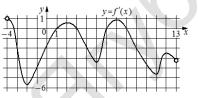
Прямая, проведенная параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания, равного 4, отсекает треугольник, периметр которого равен 15. Найдите периметр трапеции.



Ответ:

7

На рисунке изображён график y=f'(x) — производной функции f(x), определённой на интервале (-4; 13). Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции y=f(x) параллельна прямой y=-2x-10 или совпадает с ней.



Ответ:

8

Площадь поверхности тетраэдра равен 12. Найдите площадь поверхности многогранника, вершинами которого являются середины сторон данного тетраэдра.

Ответ: _____



Часть 2

9

Найдите $\sin\left(\frac{7\pi}{2}-a\right)$, если $\sin a=0.8\,$ и $a\in\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$.

Ответ: _____

10

Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0=440$ Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону $f(v)=\frac{f_0}{1-\frac{v}{2}}$ Гц,

где c — скорость звука (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на $10~\Gamma$ ц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а c=315~m/c. Ответ выразите в м/с.

Ответ: _____

11

Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

Ответ: _____

12

Найдите точку минимума функции $y = 7^{x^2+2x+3}$

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение

$$2\log_3^2(2\cos x) - 5\log_3(2\cos x) + 2 = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$

14

На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ взята точка E так, что A_1E : EA=1: 2, на ребре BB_1 — точка F так, что B_1F : FB=1: 5, а точка T — середина ребра B_1C_1 . Известно, что AB=2, AD=6, $AA_1=6$.

- а) Докажите, что плоскость EFT проходит через вершину D_1 .
- б) Найдите угол между плоскостью EFT и плоскостью AA_1B_1 .

15

Решите неравенство

$$\log_{\frac{x}{2}}(x^2 - 2x + 1) \ge 2$$

16

В выпуклом четырёхугольнике ABCD точки K, L, M и N — середины сторон AB, BC, CD и AD соответственно. Площади четырёхугольников ABLN и NLCD равны, а площади четырёхугольников KBCM и AKMD относятся как 11:17.

- а) Докажите, что прямые BC и AD параллельны.
- б) Найдите отношение BC к AD.

© 2018 r. egemath.ru.

Допускается копирование в образовательных некоммерческих целях.

17

Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на 1 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет больше 10 млн рублей.

18

Найдите значения а, при каждом из которых наименьшее значение функции

$$f(x) = 4x^2 - 4ax + a^2 + 2a + 2$$

на множестве $|x| \ge 1$ не менее 6.

19

На доске написали несколько не обязательно различных двузначных натуральных чисел без нулей в десятичной записи. Сумма этих чисел оказалась равной 2970. Затем в каждом числе поменяли местами первую и вторую цифры (например, число 16 заменили на число 61).

- а) Приведите пример исходных чисел, для которых сумма получившихся чисел ровно в 3 раза меньше, чем сумма исходных чисел.
- б) Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 5 раза меньше, чем сумма исходных чисел?
- в) Найдите наименьшее возможное значение суммы получившихся чисел.