

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

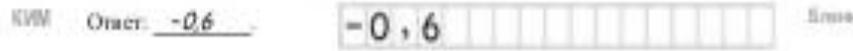
Вариант 117

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\sin(a + \beta) = \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta$$

$$\cos(a + \beta) = \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

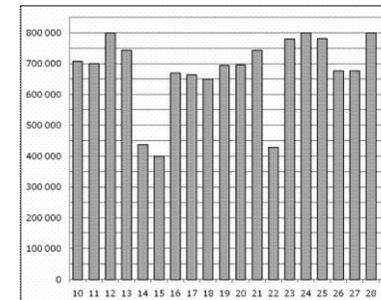
1

По тарифному плану «Просто как день» компания сотовой связи каждый вечер снимает со счёта абонента 24 рубля. Если на счёту осталось меньше 24 рублей, то на следующее утро номер блокируют до пополнения счёта. Сегодня утром у Лизы на счёту было 650 рублей. Сколько дней (включая сегодняшний) она сможет пользоваться телефоном, не пополняя счёта?

Ответ: _____

2

На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, во сколько раз наибольшее количество посетителей больше, чем наименьшее количество посетителей за день.

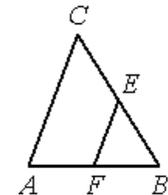


Ответ: _____

3

Дан треугольник ABC , FE — средняя линия. Найдите площадь трапеции $ACEF$, если площадь треугольника ABC равна 24.

Ответ: _____



Часть 2

4

Игральный кубик бросают 2 раза. С какой вероятностью сумма выпавших очков будет меньше 5? Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____

5

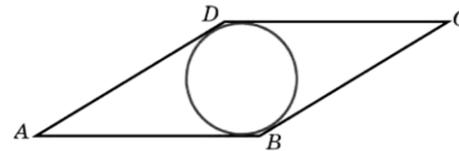
Найдите корень уравнения $x^2 + 9 = (x + 9)^2$

Ответ: _____

6

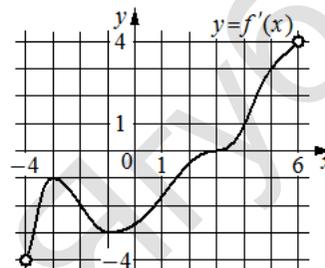
Сторона ромба равна 1, острый угол равен 30° . Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.

Ответ: _____



7

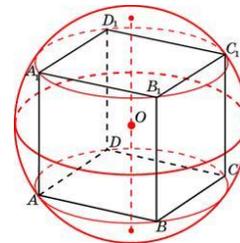
На рисунке изображён график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 6)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y=f(x)$ параллельна прямой $y=3x$ или совпадает с ней.



Ответ: _____

8

Около куба с ребром $\sqrt{3}$ описан шар. Найдите объём этого шара, деленный на π .



Ответ: _____

9

Найдите $\operatorname{tg}^2 a$, если $5 \sin^2 a + \cos^2 a = 6$.

Ответ: _____

10

В ходе распада радиоактивного изотопа, его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t (мин) — прошедшее от начального момента время, T — период полураспада в минутах. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 40$ мг изотопа Z , период полураспада которого $T=10$ мин. В течение скольких минут масса изотопа будет не меньше 5 мг?

Ответ: _____

11

Расстояние между городами А и В равно 470 км. Из города А в город В выехал первый автомобиль, а через 3 часа после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 60 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 350 км от города А. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____

12

Найдите точку максимума функции

$$y = (x + 3)^2 e^{2-x}$$

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение

$$\sqrt{2} \sin^3 x - \sin^2 x + \sqrt{2} \sin x - 1 = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$

14

В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB=\sqrt{5}$ и $BC=2$. Длины боковых рёбер пирамиды $SA=\sqrt{7}$, $SB=2\sqrt{7}$, $SD=\sqrt{11}$.

а) Докажите, что SA — высота пирамиды.

б) Найдите угол между прямой SC и плоскостью ASB .

15

Решите неравенств

$$\frac{2 \cdot \log_5(x^2 - 5x)}{\log_5 x^2} \leq 1$$

16

Около остроугольного треугольника ABC описана окружность с центром O . На продолжении отрезка AO за точку O отмечена точка K так, что $\angle BAC + \angle AKC = 90^\circ$.

а) Докажите, что четырёхугольник $OBKC$ вписанный.

б) Найдите радиус окружности, описанной около четырёхугольника $OBKC$, если $\cos \angle BAC = 3/5$, а $BC = 48$.

17

В июле планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга, равную 2,16 млн рублей.

Сколько млн. рублей было взято в банке, если известно, что он был полностью погашен тремя равными платежами (то есть за 3 года)?

18

Найдите значения a , при каждом из которых множество решений неравенства

$$\frac{a - (a^2 - 2a - 3) \sin x + 4}{1,5 + 0,5 \cos 2x + a^2} < 1$$

содержит отрезок $\left[-2\pi; -\frac{7\pi}{6}\right]$.

19

Рассматриваются конечные непостоянные арифметические прогрессии, состоящие из натуральных чисел, которые не имеют простых делителей, отличных от 2 и 3.

а) Может ли в этой прогрессии быть три числа?

б) Какое наибольшее количество членов может быть в этой прогрессии?