

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

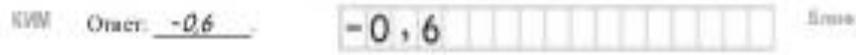
Вариант 118

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\sin(a + \beta) = \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta$$

$$\cos(a + \beta) = \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

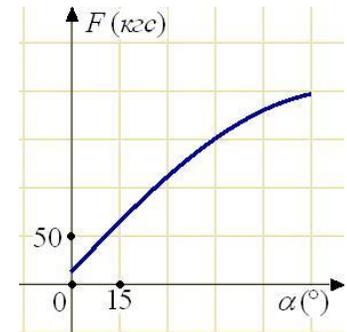
1

Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 2000 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1500 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 1200 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

Ответ: _____

2

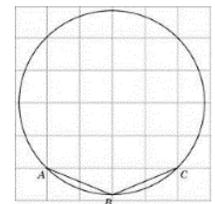
В аэропорту чемоданы пассажиров поднимают в зал выдачи багажа по транспортёрной ленте. При проектировании транспортёра необходимо учитывать допустимую силу натяжения ленты транспортёра. На рисунке изображена зависимость натяжения ленты от угла наклона транспортёра к горизонту при расчётной нагрузке. На оси абсцисс откладывается угол подъёма в градусах, на оси ординат — сила натяжения транспортёрной ленты (в килограммах силы). При каком угле наклона сила натяжения достигает 150 кгс? Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____

3

Найдите величину угла ABC . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____

4

За круглый стол на 9 стульев в случайном порядке рассаживаются 7 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.

Ответ: _____

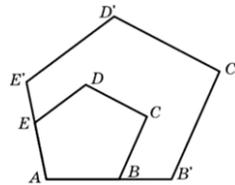
5

Найдите корень уравнения $\frac{4}{7}x = 7\frac{3}{7}$

Ответ: _____

6

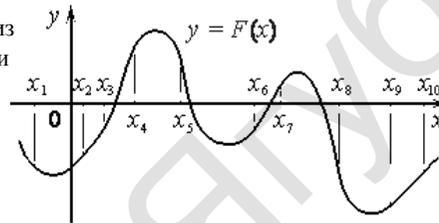
Периметры двух подобных многоугольников относятся как 3:5. Площадь меньшего многоугольника равна 18. Найдите площадь большего многоугольника.



Ответ: _____

7

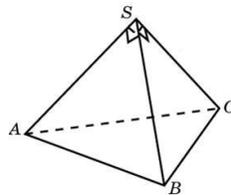
На рисунке изображён график $y=F(x)$ одной из первообразных некоторой функции $f(x)$ и отмечены десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ положительна?



Ответ: _____

8

Боковые ребра треугольной пирамиды взаимно перпендикулярны, каждое из них равно 3. Найдите объем пирамиды.



Ответ: _____

Часть 2

9

Найдите значение выражения: $\log_{\sqrt{7}}^2 49 + 6 \log_7 \sqrt[3]{7}$

Ответ: _____

10

Груз массой 0,08 кг колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону $v(t) = 0,5 \sin \pi t$, где t — время в секундах. Кинетическая энергия груза, измеряемая в джоулях, вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза (в кг), v — скорость груза (в м/с). Определите, какую долю времени из первой секунды после начала движения кинетическая энергия груза будет не менее $5 \cdot 10^{-3}$ Дж. Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

Ответ: _____

11

Дорога между пунктами А и В состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 44 км. Путь из А в В занял у туриста 12 часов, из которых 8 часов ушло на спуск. Найдите скорость туриста на спуске, если она больше скорости на подъёме на 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____

12

Найдите наименьшее значение функции

$$y = -14x - 7 \operatorname{tg} x - \frac{7\pi}{2} + 11$$

на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение

$$8 \cdot 16^{\sin^2 x} - 2 \cdot 4^{\cos 2x} = 63$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$

14

Основанием прямой четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является квадрат $ABCD$ со стороной $5\sqrt{2}$, высота призмы равна $2\sqrt{14}$. Точка K — середина ребра BB_1 . Через точки K и C_1 проведена плоскость α , параллельная прямой BD_1 .

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью α является равнобедренным треугольником.

б) Найдите периметр треугольника, являющегося сечением призмы плоскостью α .

15

Решите неравенство

$$\frac{\log_3(9x) \cdot \log_4(64x)}{5x^2 - |x|} \leq 0$$

16

К окружности, вписанной в квадрат $ABCD$, проведена касательная, пересекающая стороны AB и AD в точках M и N соответственно.

а) Докажите, что периметр треугольника AMN равен стороне квадрата.

б) Прямая MN пересекает прямую CD в точке P . В каком отношении делит сторону BC прямая, проходящая через точку P и центр окружности, если $AM : MB = 1 : 3$?

17

Вклад в размере 10 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 10% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвертого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на x млн рублей, где x — целое число. Найдите наименьшее значение x , при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 7 млн рублей.

18

Найдите значения a , при каждом из которых уравнение

$$|2x^2 - 3x - 2| = a - 2x^2 - 8x$$

либо не имеет решений, либо имеет единственное решение.

19

Костя должен был умножить двухзначное число на трехзначное число (числа с нуля начинаться не могут). Вместо этого он просто приписал трехзначное число справа к двухзначному, получив пятизначное число, которое оказалось в N раз (N — натуральное число) больше правильного результата.

а) Могло ли N равняться 2?

б) Могло ли N равняться 10?

в) Каково наибольшее возможное значение N ?