

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

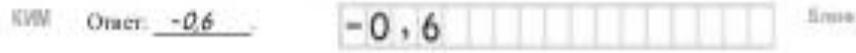
Вариант 121

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\sin(a + \beta) = \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta$$

$$\cos(a + \beta) = \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

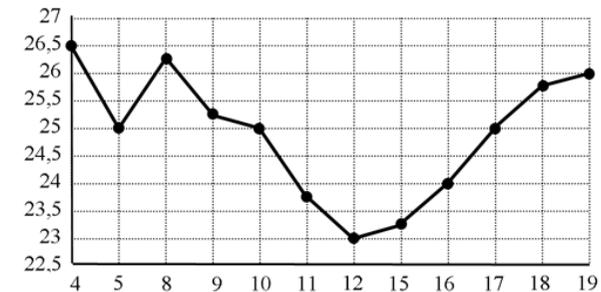
1

Поезд Москва—Ижевск отправляется в 15:41, а прибывает в 10:41 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

Ответ: \_\_\_\_\_

2

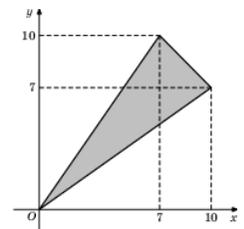
На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 4 по 19 апреля 2002 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена нефти на момент закрытия торгов составила 24 доллара за баррель.



Ответ: \_\_\_\_\_

3

Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (0;0), (10;7), (7;10).



Ответ: \_\_\_\_\_

4

В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что произведение выпавших очков делится без остатка на 3, но не делится на 15.

Ответ: \_\_\_\_\_

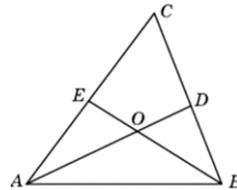
5

Найдите корень уравнения  $(x + 3)^9 = -512$

Ответ: \_\_\_\_\_

6

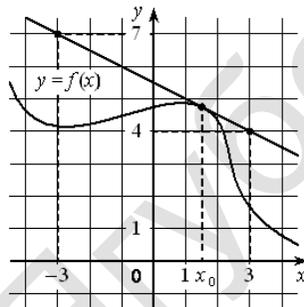
В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $70^\circ$ , биссектрисы  $AD$  и  $BE$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите угол  $AOB$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_

7

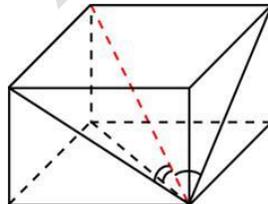
На рисунке изображены график дифференцируемой функции  $y=f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

8

Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна  $3\sqrt{2}$  и образует углы  $30^\circ$ ,  $30^\circ$  и  $45^\circ$  с плоскостями граней параллелепипеда. Найдите объем параллелепипеда.



Ответ: \_\_\_\_\_

Часть 2

9

Найдите значение выражения:  $\frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}} + \frac{24}{3^{\log_3 2}}$

Ответ: \_\_\_\_\_

10

Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде  $pV^a = const$ , где  $p$  (Па) — давление в газе,  $V$  — объем газа в кубических метрах,  $a$  — положительная константа. При каком наименьшем значении константы  $a$  уменьшение вдвое раз объем газа, участвующего в этом процессе, приводит к увеличению давления не менее, чем в 8 раз?

Ответ: \_\_\_\_\_

11

Имеется два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй — 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 68% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Ответ: \_\_\_\_\_

12

Найдите наибольшее значение функции

$$y = 12 \cos x + 6\sqrt{3} \cdot x - 2\sqrt{3}\pi + 6$$

на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

Ответ: \_\_\_\_\_

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение

$$7 \operatorname{tg}^2 x - \frac{1}{\cos x} + 1 = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-\frac{5\pi}{2}; -\pi]$

14

В пирамиде  $ABCD$  рёбра  $DA$ ,  $DB$  и  $DC$  попарно перпендикулярны, а  $AB=BC=AC=5\sqrt{2}$ .

а) Докажите, что эта пирамида правильная.

б) На рёбрах  $DA$  и  $DC$  отмечены точки  $M$  и  $N$  соответственно, причём  $DM:MA=DN:NC=2:3$ . Найдите площадь сечения  $MNB$ .

15

Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 8^{x-1}}{2 \cdot 8^{x-1} - 1} \geq \frac{3}{8^x - 1} + \frac{8}{64^x - 5 \cdot 8^x + 4}$$

16

В трапеции  $ABCD$  боковая сторона  $AB$  перпендикулярна основаниям.

Из точки  $A$  на сторону  $CD$  опустили перпендикуляр  $AH$ . На стороне  $AB$  отмечена точка  $E$  так, что прямые  $CD$  и  $CE$  перпендикулярны.

а) Докажите, что прямые  $BH$  и  $ED$  параллельны.

б) Найдите отношение  $BH$  к  $ED$ , если  $\angle BCD=120^\circ$ .

17

Бизнес-проект «А» предполагает в течение первых двух лет рост вложенных в него сумм на 34,56% ежегодно и на 44% ежегодно в течение следующих двух лет. Проект «Б» предполагает рост на постоянное целое число  $p$  процентов ежегодно. Найдите наименьшее значение  $p$ , при котором за первые четыре года проект «Б» будет выгоднее проекта «А».

18

Найдите значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (y^2 - xy + x - 3y + 2)\sqrt{x+3} = 0 \\ a - x - y = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

19

Ученики одной школы писали тест. Результатом каждого ученика является целое неотрицательное число баллов. Ученик считается сдавшим тест, если он набрал не менее 85 баллов. Из-за того, что задания оказались слишком трудными, было принято решение всем участникам теста добавить по 7 баллов, благодаря чему количество сдавших тест увеличилось.

а) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, не сдавших тест, понизился?

б) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, сдавших тест, понизился, и средний балл участников, не сдавших тест, тоже понизился?

в) Известно, что первоначально средний балл участников теста составил 85, средний балл участников, не сдавших тест, составил 70. После добавления баллов средний балл участников, сдавших тест, стал равен 100, а не сдавших тест — 72. При каком наименьшем числе участников теста возможна такая ситуация?