

Часть 1

Инструкция по выполнению работы

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

[illegible]

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\sin(a + \beta) = \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta$$

$$\cos(a + \beta) = \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

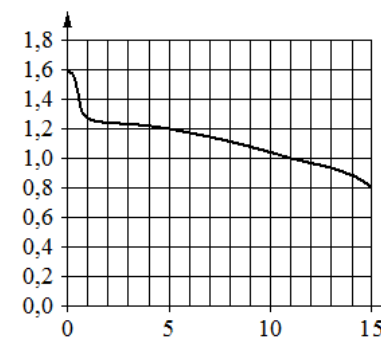
1

В летнем лагере 288 детей и 28 воспитателей. В автобус помещается не более 45 пассажиров. Какое наименьшее количество автобусов понадобится, чтобы за один раз перевезти всех из лагеря в город?

Ответ:

2

При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отложено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, за сколько часов напряжение упадёт с 1,2 вольта до 1 вольта.

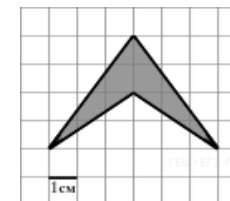


ОТВЕТ:

3

Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 на 1.

ОТВЕТ:



4

Почти одновременно 10 человек, в том числе Андрей, заказали по телефону пиццу, все разных видов. Оператор перепутал 3 и 7 заказы. С какой вероятностью Андрею привезут его пиццу?

Ответ: _____

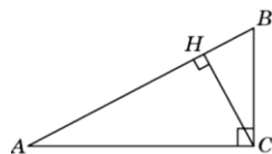
5

Найдите корень уравнения $9^{-5+x} = 729$

Ответ: _____

6

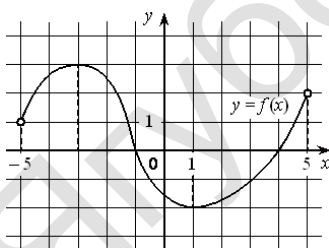
В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $BC = 15$, $\sin A = 0,4$. Найдите BH .



Ответ: _____

7

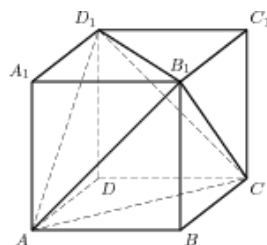
На рисунке изображён график дифференцируемой функции $y=f(x)$, определённой на интервале $(-5; 5)$. Найдите точку из отрезка $[-2; 4]$, в которой производная функции $f(x)$ равна 0.



Ответ: _____

8

Объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 7,5. Найдите объем треугольной пирамиды $AD_1 C B_1$.



Ответ: _____

Часть 2

9

Найдите значение выражения: $(1 - \log_2 12)(1 - \log_6 12)$

Ответ: _____

10

При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + a \cdot t^\circ)$, где $a = 1,2 \cdot 10^{-5} (^\circ\text{C})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Ответ: _____

11

Из А в В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 13 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 78 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 48 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____

12

Найдите наибольшее значение функции

$$y = 3x - 3 \operatorname{tg} x - 5$$

на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение

$$\operatorname{tg}^3 x + \operatorname{tg}^2 x - 3 \operatorname{tg} x - 3 = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$

14

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 12, а высота равна 1. На ребрах AB , AC и AS отмечены точки M , N и K соответственно, причем $AM=AN=3$ и $AK=7/4$.

а) Докажите, что плоскости MNK и SBC параллельны.б) Найдите расстояние от точки M до плоскости SBC .

15

Решите неравенство

$$\log_{(x+1)}(2x+7) \log_{(x+1)} \frac{2x^2+9x+7}{(x+1)^4} \leq -2$$

16

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с прямым углом при вершине A расположены две окружности. Одна из них касается боковых сторон и большего основания AD , вторая – боковых сторон, меньшего основания BC и первой окружности.

а) Прямая, проходящая через центр окружностей, пересекает основание AD в точке P . Докажите, что $AD/PD = \sin \angle D$.

б) Найдите площадь трапеции, если радиусы окружностей равны 3 и 1.

17

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 1300000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

На какое минимально количество лет можно взять кредит при условии, что ежегодные выплаты были не более 350000 рублей?

18

Найдите значения a , при каждом из которых уравнение

$$x^4 + (a-3)^2 = |x-a+3| + |x+a-3|$$

либо не имеет решений, либо имеет единственное решение.

19

На доске было написано 30 натуральных чисел (необязательно различных), каждое из которых больше 4, но не превосходит 44. Среднее арифметическое написанных чисел равнялось 11. Вместо каждого из чисел на доске написали число, в два раза меньшее первоначального. Числа, которые после этого оказались меньше 3, с доски стёрли.

а) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое чисел, оставшихся на доске, больше 16?

б) Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске чисел оказаться больше 14, но меньше 15?

в) Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел, которые остались на доске.